

Penerapan Kompleksitas Graf pada Koneksi Otak Manusia

M. Zaidan Sa'dun R. - 13522146¹
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
¹1355146@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Teori Graf merupakan area yang berkembang karena diterapkan pada berbagai bidang matematika, ilmu pengetahuan, dan teknologi. Saat ini, teori graf aktif digunakan dalam bidang biokimia, kimia, jaringan komunikasi, teori pengkodean, ilmu komputer (algoritma dan komputasi), penelitian operasi (penjadwalan), serta digunakan dalam berbagai aplikasi seperti teori pengkodean, kristalografi sinar-X, radar, astronomi, desain sirkuit, addressing jaringan komunikasi, dan manajemen basis data. Meskipun makalah ini memberikan gambaran umum tentang aplikasi Teori Graf dalam berbagai bidang, fokus utamanya terletak pada kompleksitas koneksi otak manusia. Dalam menyusun makalah ini, peneliti merujuk berbagai artikel yang membahas konsep Teori Graf dan koneksi otak manusia.

Kata Kunci—Graf, Aplikasi Graf, Otak manusia, Algoritma Graf

I. PENDAHULUAN

Secara tradisional, para ilmuwan saraf mengaitkan lesi otak 'fokal', misalnya tumor otak, dengan defisit klinis 'fokal'. Pendekatan ini memberikan wawasan penting tentang lokalitas fungsi otak; contoh klasiknya adalah identifikasi pusat ucapan motorik di korteks frontal kiri bawah oleh ahli saraf Prancis, Paul Broca, pada akhir abad ke-19. Terutama selama beberapa dekade terakhir abad ke-20, program yang pada dasarnya reduksionis ini menghasilkan kemajuan signifikan dalam ilmu saraf dalam hal mekanisme molekuler dan genetika.

Meskipun peningkatan pengetahuan yang mengesankan dalam ilmu saraf, kemajuan dalam pemahaman yang sebenarnya tentang proses otak tingkat tinggi telah mengecewakan. Bukti telah terakumulasi bahwa jaringan fungsional di seluruh otak diperlukan, terutama untuk fungsi kognitif tingkat tinggi seperti memori, perencanaan, dan penalaran abstrak. Semakin diakui bahwa otak seharusnya dipahami sebagai jaringan kompleks dari sistem dinamis, yang terdiri dari berbagai interaksi fungsional antara area otak yang terkait erat maupun yang lebih jauh (Varela dkk., 2001). Dari hal tersebut, terdapatlah ruang untuk pengimplementasian graf pada jaringan fungsional otak khususnya pada neuron.

Evaluasi kekuatan dan pola interaksi temporal dan spasial dalam neuron serta karakteristik jaringan fungsional dan anatomi yang mendasarinya dapat memberikan kontribusi yang besar terhadap pemahaman fungsi dan disfungsi otak. Keuntungan utama dari pendekatan ini adalah bahwa banyak hal

dapat dipelajari dari bidang ilmu lain, khususnya ilmu sosial, yang juga didedikasikan untuk studi tentang sistem kompleks. Pada dekade terakhir abad ke-20, kemajuan yang cukup signifikan telah tercapai dalam studi sistem kompleks yang terdiri dari sejumlah besar elemen yang saling berinteraksi secara lemah. Teori modern tentang jaringan, yang berasal dari teori graf, telah terbukti sangat berharga untuk tujuan ini (Amaral dan Ottino, 2004; Boccaletti dkk., 2006). Makalah ini akan menjelaskan mengenai penerapan teori graf untuk menjelaskan cara kerja neuron pada otak manusia.

II. DASAR TEORI

A. Konsep Graf

Sebuah graf G adalah pasangan berurutan $(V(G), E(G))$ yang terdiri dari himpunan $V(G)$ simpul dan himpunan $E(G)$ sisi. Lalu terdapat fungsi kejadian ψ_G yang mengaitkan dengan setiap sisi dari G sebuah pasangan tak terurut dari simpul-simpul (tidak harus berbeda) dari G . Jika e adalah sebuah sisi dan u dan v adalah simpul-simpul sedemikian sehingga $\psi_G(e) = \{u, v\}$, maka e dikatakan menghubungkan u dan v , dan simpul-simpul u dan v disebut ujung dari e . Kami menunjukkan jumlah simpul-simpul dan sisi-sisi dalam G dengan $v(G)$ dan $e(G)$; kedua parameter dasar ini disebut urutan dan ukuran dari G , masing-masing. Dua contoh graf dapat membantu menjelaskan definisi ini. Untuk kesederhanaan notasi, kami menulis uv untuk pasangan tak terurut $\{u, v\}$.

$$G = (V(G), E(G), \psi_G)$$

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

$$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$$

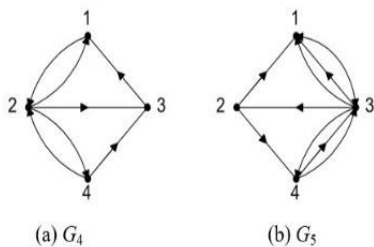
$$\psi_G(e_1) = v_1v_2, \psi_G(e_2) = v_2v_3, \psi_G(e_3) = v_3v_3, \psi_G(e_4) = v_3v_4$$

$$\psi_G(e_5) = v_2v_4, \psi_G(e_6) = v_4v_5, \psi_G(e_7) = v_2v_5, \psi_G(e_8) = v_2v_5$$

Gambar 1. Contoh dari definisi graf

Graf adalah struktur diskrit yang terdiri dari simpul-simpul dan sisi-sisi yang menghubungkan simpul-simpul tersebut. Penerapan graf sebagai alat pemodelan telah terbukti sangat bermanfaat untuk menyelesaikan berbagai masalah dalam ilmu

komputer, riset operasi, serta ilmu sosial dan alam. Peran graf dalam ilmu komputer sangat penting, dan graf seringkali digunakan sebagai representasi model untuk pemecahan berbagai permasalahan. Sebagai contoh, dalam ilmu komputer, graf digunakan untuk memodelkan dan menyelesaikan masalah pengiriman barang dari satu tempat ke tempat lain. Penerapan graf pada proses pengiriman ini dapat mengoptimalkan penggunaan sumber daya seperti menghemat biaya, waktu, dan tenaga. Selain itu, dalam ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang kimia, berbagai model senyawa alkana dapat direpresentasikan atau dimodelkan dalam bentuk graf. Oleh karena itu, teori graf telah diaplikasikan dalam berbagai konteks ilmu pengetahuan untuk memahami dan menganalisis struktur serta hubungan antarunsur.



Gambar 2. (a) Graf Berarah (b) Graf-Ganda Berarah

Teori graf adalah salah satu cabang matematika yang mempelajari grafik, yaitu struktur matematika yang digunakan untuk memodelkan hubungan berpasangan antar objek. Graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Graf terdiri dari simpul-simpul (disebut juga simpul atau titik) yang dihubungkan oleh sisi-sisinya (disebut juga tautan atau garis). Grafik dapat diarahkan atau tidak, dan dapat digunakan untuk memodelkan berbagai jenis hubungan dan proses dalam sistem fisik, biologis, sosial, dan informasi. Teori graf memiliki banyak penerapan praktis, termasuk dalam ilmu komputer, ilmu jaringan, dan riset operasi. Grafik konseptual adalah formalisme untuk representasi pengetahuan yang menggunakan model berbasis grafik untuk mewakili skema konseptual yang digunakan dalam sistem database.

Teori graf memiliki penerapan yang luas di berbagai bidang, termasuk ilmu komputer, ilmu jaringan, ilmu sosial, dan biologi. Beberapa aplikasi utama teori graf adalah:

1. Ilmu Komputer: Teori grafik digunakan untuk mempelajari algoritma, merancang koneksi sirkuit, dan menganalisis struktur data
2. Teknik Elektro: Dalam teknik kelistrikan, teori grafik digunakan dalam merancang koneksi rangkaian dan topologi, seperti topologi seri, jembatan, bintang, dan paralel.
3. Linguistik : Teori grafik digunakan untuk mewakili dan menganalisis struktur linguistik, seperti pohon sintaksis dan jaringan semantik
4. Fisika dan Kimia: Dalam bidang ini, teori grafik

digunakan untuk memodelkan senyawa kimia, struktur protein, dan sistem kompleks lainnya

5. Jaringan Komputer: Teori grafik digunakan untuk merancang dan menganalisis jaringan komputer, termasuk internet dan sistem komunikasi lainnya

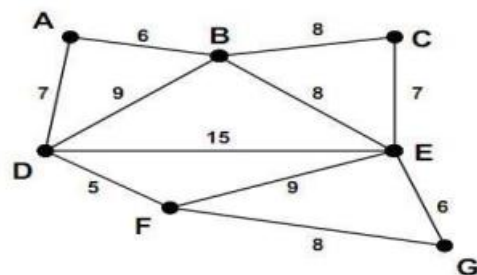
6. Ilmu Sosial : Teori grafik diterapkan dalam analisis jaringan sosial, psikologi, dan sosiologi untuk mempelajari hubungan antara individu, kelompok, dan komunitas

7. Biologi : Dalam biologi, teori grafik digunakan untuk memodelkan gen, protein, dan jalur molekuler, serta mempelajari jaringan biologis yang kompleks

8. Matematika : Teori graf mempunyai penerapan dalam geometri, topologi, dan bidang matematika lainnya, seperti teori graf aljabar dan geometri kombinatorial.

Graf berbobot

Graf yang edge-nya ada atau tidak ada, dan di mana semua edge memiliki arti yang sama, disebut graf 'unweighted'. Ketika bobot diberikan ke setiap edge, graf yang sesuai disebut graf 'weighted' (Gambar 4). Bobot dapat digunakan untuk menunjukkan kekuatan atau efektivitas koneksi, atau jarak antara simpul; bobot negatif juga dapat digunakan. Kebanyakan metrik graf hanya didefinisikan untuk kasus sederhana graf 'unweighted', tetapi dalam banyak kasus, graf 'weighted' merupakan model yang lebih akurat dari jaringan nyata.



Gambar 3. Graf Berbobot

Untuk memodelkan jaringan semacam itu, seseorang bisa saja mengonversinya menjadi graf 'unweighted', misalnya dengan mengatur semua edge dengan bobot di atas ambang tertentu menjadi 1, dan yang lain menjadi 0. Meskipun pendekatan ini berhasil dan telah digunakan dalam studi EEG dan MEG , pendekatan ini memiliki beberapa kelemahan: (i) sebagian besar informasi dalam bobot tidak digunakan; (ii) ketika ambangnya terlalu tinggi, beberapa simpul mungkin terputus dari graf yang menyebabkan masalah dalam perhitungan C dan L; (iii) pilihan ambang tersebut tetap sewenang-wenang. Latora dan Marchiori telah mengusulkan kerangka kerja untuk menangani beberapa masalah ini dengan mendefinisikan efisiensi dari jalur antara dua simpul sebagai kebalikan dari jarak terpendek antara simpul-simpul tersebut (perlu diingat bahwa dalam graf

bertimbang, jalur terpendek tidak selalu jalur dengan jumlah edge terkecil). Dalam kasus di mana jalur tidak ada, panjangnya dianggap tak terhingga, dan oleh karena itu efisiensinya adalah nol. Rata-rata efisiensi berpasangan merupakan efisiensi global dari graf tersebut. Efisiensi lokal adalah rata-rata dari efisiensi semua subgraf dari tetangga-tetangga setiap simpul dalam graf. Pendekatan berdasarkan efisiensi menarik karena memperhitungkan seluruh informasi yang terdapat dalam bobot graf, dan memberikan solusi elegan untuk menangani simpul-simpul yang terputus. Efisiensi telah digunakan untuk menunjukkan bahwa jaringan skala bebas sangat tahan terhadap kesalahan acak, tetapi sangat sensitif terhadap serangan terarah pada simpul-simpul tertentu (misalnya 'hubs'). Dengan mengambil rata-rata harmonis dari kebalikan efisiensi, panjang jalur bertimbang dapat didefinisikan, yang sedikit lebih mendekati panjang jalur asli. Selain efisiensi lokal, definisi-definisi lain dari C telah diusulkan untuk jaringan bertimbang

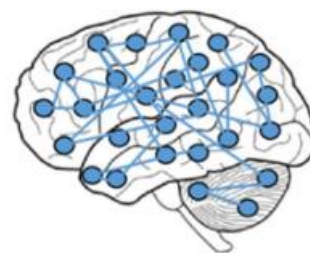
B. Penerapan Graf pada Otak Manusia

Arti dari teori graf dan analisis jaringan pertama kali ditemukan pada tahun 1736 saat Leonhard Euler memecahkan Masalah Jembatan Königsberg (Euler, 1736). Secara umum, graf terdiri dari himpunan terbatas dari simpul (atau node) yang dihubungkan oleh sambungan yang disebut sisi (atau busur). Setelah menghasilkan hasil yang menjanjikan dalam aplikasi awalnya pada sirkuit listrik dan struktur kimia, teori graf kini memiliki pengaruh besar dalam menyelesaikan banyak masalah praktis di bidang lain, seperti sistem transportasi, jaringan sosial, lingkungan big data, internet of things, infrastruktur listrik, dan jaringan saraf biologis.

Titik balik dalam studi jaringan otak kompleks menggunakan teori graf dimulai dengan pengenalan "Human Connectome". Dalam teori graf, matriks ketetanggaan $N \times N$ (juga disebut matriks koneksi) dengan elemen nol atau non-nol menunjukkan absennya atau kehadiran hubungan antara simpul jaringan dengan N node. Dengan mengekstrak metrik-metrik tertentu dari matriks ini, kita dapat memperoleh analisis topologis dari graf yang diinginkan (misalnya, jaringan otak manusia). Sebuah graf otak dapat diklasifikasikan sebagai terarah atau tidak terarah berdasarkan apakah sambungan antara simpul membawa informasi arah (misalnya, interaksi kausal). Hingga saat ini, sebagian besar penelitian otak manusia telah ditujukan pada jaringan tidak terarah karena kendala teknis seputar inferensi jaringan terarah. Sebuah graf otak juga dapat dikategorikan sebagai terbobot atau biner berdasarkan apakah sambungan antara simpul dapat memiliki nilai yang berbeda. Sebagai contoh, dalam jaringan anatomi materi putih yang diambil dengan MRI difusi, kita dapat memperoleh jaringan terbobot menggunakan berbagai informasi, seperti jumlah serat, panjang serat, dan anisotropi fraksional.

Pada tahun 1998, Watts dan Strogatz menunjukkan bahwa banyak jaringan sosial, biologis, dan berbasis geosains memiliki organisasi yang sangat menonjol, disebut sebagai arsitektur "dunia kecil" ("small-world"), yang membuatnya berfungsi seperti jaringan reguler, sementara terkadang mengalami aktivitas acak. Jaringan dunia kecil mewakili jalur terpendek antara setiap pasang simpul dalam jaringan menggunakan

jumlah sisi yang minimal. Dalam jaringan dunia kecil, koefisien pengelompokan (juga disebut transitivitas) tinggi, dan panjang rata-rata jalur pendek. Kedua karakteristik ini adalah hasil dari proses alami untuk memenuhi keseimbangan antara meminimalkan biaya sumber daya dan memaksimalkan aliran informasi di antara komponen jaringan. Liao et al. (2017) menjelaskan secara detail mengapa jaringan otak manusia diharapkan memiliki arsitektur dunia kecil. Biaya metabolik dan koneksi pada area otak yang berdekatan secara anatomi lebih rendah daripada koneksi di antara region otak yang jauh. Penelitian teoritis menunjukkan bahwa region otak lebih cenderung berinteraksi dengan area tetangganya untuk mengurangi biaya metabolik keseluruhan, sambil pada saat yang sama mereka perlu memiliki sedikit koneksi jarak jauh di antara mereka sendiri untuk mempercepat transmisi data. Sejalan dengan studi teoritis, investigasi empiris juga telah membuktikan dispersi beberapa koneksi panjang di antara banyak koneksi pendek dalam jaringan otak manusia.



Gambar 4. Graf pada otak

Kemampuan utama teori graf dalam studi neurosains biasanya terungkap setelah pembangunan jaringan otak fungsional. Beberapa metrik dapat digunakan untuk menilai pola topologi dari berbagai jaringan seperti koefisien pengelompokan, modularitas, jalur rata-rata, sifat dunia kecil, asortativitas, dan kepusatan simpul, yang telah dijelaskan secara detail (Sporns et al., 2004; van den Heuvel et al., 2008b). Biasanya, tidak dapat dipastikan metrik mana yang lebih cocok untuk mempelajari jaringan otak (Bullmore and Sporns, 2009), tetapi mengingat struktur kompleks otak manusia, metrik yang dapat merepresentasikan sifat dunia kecil dari jaringan otak sangat penting (He and Evans, 2010; Liao et al., 2017). Properti kritis ini muncul dengan bantuan pusat-pusat (yaitu, simpul-simpul yang sangat terhubung dalam jaringan), menyebabkan pembentukan kluster lokal (Bullmore and Sporns, 2009; Jain, 2011).

Metode teori grafik semakin banyak diterapkan untuk mempelajari pola konektivitas di otak manusia. Otak manusia dapat dipandang sebagai jaringan yang kompleks, dan teori grafik menyediakan alat yang ampuh untuk memahami, mengkarakterisasi, dan mengukur konektivitasnya. Pendekatan ini telah digunakan untuk menganalisis berbagai aspek otak, termasuk struktur, fungsi, dan dinamikanya.

Menurut artikel ulasan, penerapan analisis teoritis grafik telah memungkinkan identifikasi sistematis pola konektivitas dalam jaringan otak manusia. Otak manusia adalah salah satu jaringan paling kompleks di dunia, dan penelitian tentang sifat statis dan dinamisnya telah mengalami pertumbuhan pesat dalam

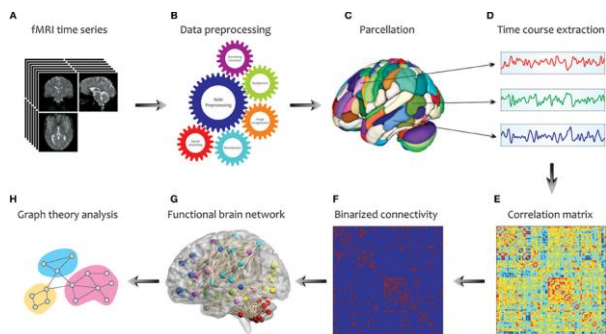
beberapa tahun terakhir. Teori graf dan implikasinya dalam ilmu saraf kognitif telah menarik perhatian karena kemampuannya yang menonjol dalam mengkarakterisasi perilaku sistem otak yang kompleks

Lebih jauh lagi, studi formal tentang grafik, teori grafik, telah memberikan para ilmuwan saraf sejumlah besar algoritma untuk menjelajahi jaringan, termasuk jaringan neuron yang direkam oleh pencitraan kalsium. Pendekatan ini telah digunakan untuk memahami struktur dasar neurobiologi dan menjelaskan mekanisme komputasi saraf. Singkatnya, penerapan teori grafik pada koneksi neuron otak manusia telah memberikan wawasan berharga ke dalam arsitektur jaringan otak yang kompleks, memungkinkan pemahaman yang lebih baik tentang struktur, fungsi, dan dinamikanya.

III. IMPLEMENTASI

A. Representasi Graf menggunakan fMRI

Langkah-langkah utama yang digunakan untuk mengekstrak jaringan kompleks dari fMRI dalam analisis teori graf. Awalnya, sejumlah langkah pra-pemrosesan termasuk koreksi waktu slice, perataan, ko-registrasi gambar, normalisasi berdasarkan segmentasi, dan perataan spasial, dilakukan pada data fMRI yang diperoleh. Perlu diperhatikan bahwa pilihan dan urutan langkah pra-pemrosesan dapat memengaruhi tingkat metrik graf final. Kemudian, untuk menjelajahi jaringan otak skala besar, skema parselasi yang sesuai seperti anatomi automatic labeling atlas diterapkan untuk membagi seluruh otak menjadi beberapa unit anatomi kortikal dan subkortikal. Ini diikuti dengan mengekstrak deret waktu dari masing-masing parsel dengan cara merata-ratakan deret waktu dari semua voxel dalam daerah tersebut. Selanjutnya, salah satu metode koneksi yang telah ditinjau dalam bagian sebelumnya, seperti cross-correlation, dilakukan untuk menentukan asosiasi pasangan antara deret waktu parsel otak, yang mewakili jaringan konektivitas fungsional (yaitu, matriks korelasi). Matriks koneksi biner (yaitu, matriks adjasensi) kemudian diperoleh dengan melakukan thresholding terhadap nilai-nilai matriks korelasi. Terakhir, properti-topologi utama yang menggambarkan arsitektur lokal dan global dari konektivitas jaringan otak dapat diperoleh menggunakan Brain Connectivity Toolbox.



Gambar 5. fMRI

B. Model

Penerapan konseptual graf pada neuron otak adalah dengan cara memahami struktur dan pola hubungan tiap neuron yang

ada pada otak manusia. Konseptual ini dapat dilakukan dengan cara memodelkan dan menganalisis jaringan saraf melalui pendekatan teori graf. Teori graf pada dasarnya digunakan untuk menggambarkan pola konektivitas antar-neuron yang mencakup secara anatomis maupun fungsional. Hal ini memungkinkan pengidentifikasian pola koneksi yang kompleks dan membantu pemahaman proses informasi pada otak dan bagaimana informasi ditransmisikan. Konsep tersebut memungkinkan kita untuk mengetahui sifat jaringan otak, sifat jaringan dunia kecil (small world network), distribusi derajat power law, dan tingkar pengelompokan yang tinggi. Penerapan konsep kompleksitas graf dalam penelitian konektivitas neuron otak manusia memberikan dasar yang kuat untuk memahami jaringan saraf yang rumit dan berubah-ubah. Hal ini membuka peluang untuk mendapatkan pemahaman lebih dalam tentang berbagai proses berpikir dan gangguan kesehatan yang terkait dengan fungsi otak manusia. Berikut merupakan contoh pemahaman visualisasi graf pada kinerja neuron otak manusia.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import networkx as nx
import random

# Fungsi untuk membuat graf neuron dengan properti yang lebih spesifik
def create_brain_network(num_neurons, neuron_types, avg_connections):
    G = nx.Graph()

    # Menambahkan simpul (neuron) ke dalam Graf dengan properti tipe neuron dan aktivasi
    neurons = {f'Neuron {i}': {'Type': random.choice(neuron_types), 'Activation': random.uniform(0, 1)} for i in range(1, num_neurons + 1)}
    G.add_nodes_from(neurons)

    # Menentukan jenis koneksi antara neuron (misalnya, sensory ke interneuron, motor ke motor, dll.)
    possible_connections = [(n1, n2) for n1 in neurons for n2 in neurons if n1 != n2]
    connections = []
    for n1, n2 in possible_connections:
        if neurons[n1]['Type'] == 'Sensory' and neurons[n2]['Type'] == 'Interneuron':
            connections.append((n1, n2))
        elif neurons[n1]['Type'] == 'Motor' and neurons[n2]['Type'] == 'Motor':
            connections.append((n1, n2))
        # ... Tambahkan aturan koneksi lainnya sesuai dengan jenis neuron

    num_connections = int(avg_connections * (num_neurons - 1))
    connections = random.sample(connections, min(num_connections, len(connections)))
    G.add_edges_from(connections)

    return G

# Menentukan properti tipe neuron
```



```

neuron_types = ['Sensory', 'Motor', 'Interneuron',
'Pyramidal', 'Purkinje']

# Membuat graf neuron otak dengan 50 neuron, properti
tipe neuron, dan 75 koneksi rata-rata
brain_network = create_brain_network(50, neuron_types,
1.5)

# Menyiapkan atribut simpul untuk visualisasi
node_colors = {'Sensory': 'yellow', 'Motor': 'red',
'Interneuron': 'blue', 'Pyramidal': 'green', 'Purkinje': 'orange'}
node_color_map = [node_colors[neurons[1]['Type']] for
neurons in brain_network.nodes(data=True)]
node_sizes = [neurons[1]['Activation'] * 1000 for neurons
in brain_network.nodes(data=True)]

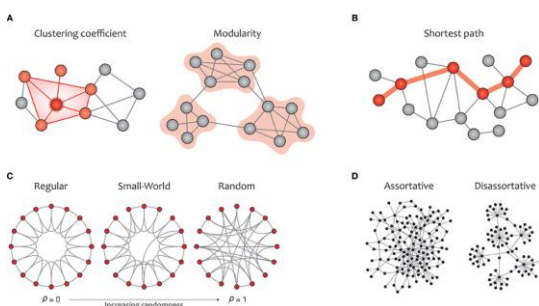
# Menggambar Graf dengan properti visual yang
disiapkan
pos = nx.spring_layout(brain_network) # Menentukan tata
letak simpul
nx.draw(brain_network, pos, with_labels=True,
node_color=node_color_map, cmap=plt.get_cmap('tab10'),
node_size=node_sizes, font_size=8)
plt.title('Representasi Jaringan Neuron Otak dengan Tipe
Neuron dan Aktivasi')
plt.show()

```

Hasil dari code ini adalah berupa representasi jaringan neuron otak yang berbentuk grafik. Grafik tersebut akan menampilkan simpul sebagai neuron dengan warna yang berbeda sesuai dengan tipe neuronnya. Misal, warna merah untuk motoric, kunign untuk sensorik, dll. Lalu disini, ukuran simpul menunjukkan tiingtkat aktivasi neuron.

C. Ukuran Graf

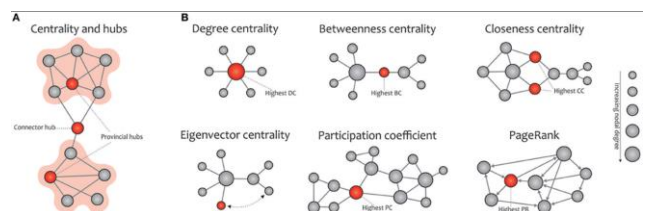
Dalam sub bagian ini, dijelaskan metrik graf yang paling umum digunakan untuk menggambarkan jaringan otak fungsional dalam dua kelompok utama: sifat global dan lokal. Sebagian besar kriteria ini dapat diterapkan pada berbagai jenis jaringan biner, terbobot, dan terarah.



Gambar 6. Graf global

Ringkasan metrik graf global. (A) Ukuran segregasi meliputi koefisien pengelompokan, yang mengukur seberapa terhubungnya tetangga dari suatu simpul tertentu dan mengukur kekompakan lokal (yaitu, sejauh mana tetangga dari suatu simpul dapat membentuk graf lengkap); modularitas, yang

terkait dengan kelompok simpul, disebut modul, yang memiliki interkoneksi padat di dalam kelompok tetapi koneksi jarang antara simpul-simpul di modul yang berbeda. Di satu sisi, komunikasi padat dalam suatu modul tertentu meningkatkan pengelompokan lokal dan, konsekuensinya, meningkatkan efisiensi transmisi informasi dalam modul tersebut. Di sisi lain, sedikit koneksi antara modul yang berbeda mengintegrasikan aliran informasi global, yang terkait dengan pengurangan panjang jalur rata-rata dalam graf (B) Ukuran integrasi meliputi panjang jalur karakteristik, yang mengukur potensi transmisi informasi, ditentukan sebagai panjang jalur terpendek rata-rata di antara semua pasangan simpul. (C) Sebuah jaringan teratur (kiri) menampilkan koefisien pengelompokan yang tinggi dan panjang jalur rata-rata yang panjang, sementara jaringan acak (kanan) menampilkan koefisien pengelompokan yang rendah dan panjang jalur rata-rata yang pendek. Sebuah jaringan dunia kecil (tengah) menggambarkan keseimbangan intermediate antara jaringan teratur dan acak (yaitu, terdiri dari banyak tautan jarak pendek bersama dengan sedikit tautan jarak panjang), mencerminkan koefisien pengelompokan yang tinggi dan panjang jalur yang pendek. (D) Indeks asortativitas mengukur sejauh mana suatu jaringan dapat menahan kegagalan dalam komponen utamanya (yaitu, simpul-simpul dan sisi-sisinya). Patut diperhatikan, komunikasi antara pusat-pusat dalam jaringan asortatif mengarah pada saling menutupi aktivitas saat pusat tertentu mengalami kegagalan, tetapi kinerja dalam jaringan disasortatif akan turun tajam karena keberadaan pusat-pusat yang rentan.

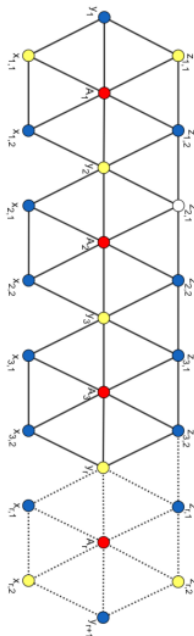


Gambar 7. Graf lokal

Konsep dasar kepusatan jaringan. (A) Hubs (penghubung atau provinsi) merujuk pada simpul dengan kepusatan simpul yang tinggi, yang dapat diidentifikasi menggunakan berbagai metode. (B) Kepusatan derajat didefinisikan sebagai jumlah tetangga simpul. Kepusatan antara mengukur peran simpul dalam bertindak sebagai jembatan antara kluster yang terpisah dengan menghitung rasio dari semua jalur terpendek dalam jaringan yang mengandung suatu simpul tertentu. Kepusatan kedekatan mengkuantifikasi seberapa cepat suatu simpul tertentu dalam graf terhubung dapat mengakses semua simpul lainnya, oleh karena itu semakin sentral suatu simpul, semakin dekat ia dengan semua simpul lainnya. Kepusatan eigenvector adalah ukuran otoritatif kepusatan yang mempertimbangkan kualitas suatu tautan, sehingga terhubung ke simpul sentral meningkatkan kepusatan seseorang pada gilirannya; simpul berwarna merah lebih sentral daripada simpul berwarna abu-abu, meskipun derajat mereka sama. Koefisien partisipasi suatu simpul mewakili distribusi koneksi-koneksi antara modul-modul terpisah. PageRank adalah variasi dari kepusatan eigenvector, digunakan oleh Google Search untuk menentukan pentingnya suatu halaman; PageRank dari graf tak terarah secara

statistik mirip dengan kepusatan derajat, tetapi secara umum keduanya berbeda. Perlu diperhatikan bahwa ukuran simpul dalam semua kasus sebanding dengan derajat simpul, dan simpul-simpul merah (kecuali pada kepusatan eigenvector) merupakan yang paling sentral sesuai dengan definisi kepusatan yang bersangkutan, meskipun derajat mereka rendah.

IV. ANALISIS HASIL



Gambar 8. Hasil dari representasi graf pada otak

Jadi, hasil representasi graf yang ada pada otak manusia dapat digambarkan melalui perbedaan-perbedaan warna simpul yang ada dengan tiap simpulnya menggambarkan fungsi neuron yang berbeda-beda sesuai dengan kegunaan yang dimilikinya. Tidak hanya itu, masing-masing neuron juga saling terhubung satu sama lain dan adanya transfer informasi di dalamnya. Kapasitas graf menggambarkan seberapa banyak neuron yang bekerja untuk aktivitas yang dilakukan manusia.

V. KESIMPULAN

Graf dapat diaplikasikan pada otak terutama pada bagian fungsionalnya. Representasi graf pada otak manusia dapat menggunakan fMRI. Koseptual graf pada otak dapat dilakukan juga dengan menganalisis pola antar-neuron yang ada pada otak manusia. Penerapan koseptual graf pada neuron otak adalah dengan cara memahami struktur dan pola hubungan tiap neuron yang ada pada otak manusia. Koseptual ini dapat dilakukan dengan cara memodelkan dan menganalisis jaringan saraf melalui pendekatan grafik. Lalu, visualisasi cara kerjanya juga dapat dilakukan menggunakan algoritma pada python yang menggambarkan neuron-neuron dengan warna yang berbeda.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis bersyukur atas anugerah dan kasih sayang yang

diberikan Tuhan Yang Maha Esa, memungkinkan penyelesaian karya tulis berjudul "Penerapan Graf dalam Analisis Jejak Digital untuk Mendeteksi Ketidaksamaan dalam Keamanan Informasi".

Selain itu, Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada keluarga yang memberikan semangat dan dukungan selama penyelesaian karya ini. Penghargaan juga disampaikan kepada Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. dan Monterico Adrian, S.T., M.T. sebagai dosen pengampu Mata Kuliah Matematika Diskrit ITB untuk Kelas 3, atas bimbingan dan pengetahuan yang telah diberikan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aziz, T. A. (2021, Juli). Eksplorasi Justifikasi dan Rasionalisasi Mahasiswa dalam Konsep Teori Graf. *Jurnal pendidikan matematika Raflesia*, 06, 40-54.
- [2] Daniel, F., & Taneo, F. N. (2019). *Teori Graf*. Yogyakarta: CV Budi Utama.
- [3] Jaap C. Reijneveld, J., Sophie C. Ponten, S., Berendse, H., & Stam, C. J. (2007, November). The application of graph theoretical analysis to complex network in the brain. *Elsevier*, 118(11), 2317-2331.
- [4] Farahani Farzad V., K. W. (2019, Juni). Application of Graph Theory for Identifying Connectivity Patterns in Human Brain Networks: A Systematic Review. *Frontiers in Neuroscience*, 13, 1-27. Retrieved from <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fnins.2019.00585>.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2023

M. Zaidan Sa'dun Robbani (13522146)